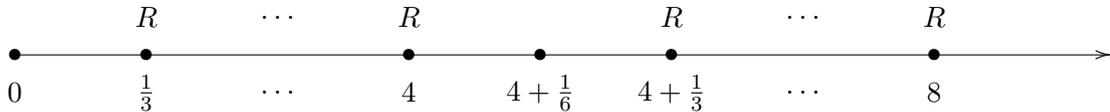


Matematica finanziaria: svolgimento degli esercizi 38, 40, 51, 54 e 55 assegnati per Pasqua

Esercizio 51. Si effettua un versamento bimestrale posticipato per 4 anni. Nei primi 2 anni e un mese, tale versamento rende il 4% semestrale, negli ultimi 23 mesi il tasso scende al 3.5% semestrale. A quanto deve ammontare il versamento per ottenere 6000€ alla fine dei 4 anni?

Svolgimento. Visto che i tassi sono semestrali, usiamo come unità di misura temporale il semestre. Il grafico dell'operazione finanziaria è



dove le prime 12 rate rendono al 4% e le ultime 12 rendono al 3.5%.

Dividiamo il problema in due sottoproblemi.

Prima calcoliamo il montante M_1 al tempo $4 + \frac{1}{6}$:

$$M_1 = R \sum_{k=1}^{12} \left(1 + \frac{2k-1}{6}\right)^{0.04} = 12.498R.$$

Poi calcoliamo il montante M_2 al tempo 8 delle ultime 12 rate:

$$M_2 = R \sum_{k=0}^{11} \left(1 + \frac{k}{3}\right)^{0.035} = 12.4043R.$$

Il montante finale è allora M_1 capitalizzato al 3.5% per i restanti 23 mesi ($\frac{23}{6}$ di semestre) più M_2 :

$$M = 12.498R \left(1 + \frac{23}{6}\right)^{0.035} + 12.4043R = 25.6108R.$$

Imponendo che questo montante sia esattamente di 6000€ otteniamo la rata cercata:

$$R = \frac{6000}{25.6108} = 234.276.$$

■

Esercizio 54. Un prestito di 1000€ a 5 anni è remunerato al 12%. Si provvede all'ammortamento mediante versamenti annui costanti su di un fondo che rende il 14%. Determinare l'annualità.

Svolgimento. Si tratta di ammortamento americano. Ogni anno verserò 120€ come quota interessi, e la quota capitale Q andrà in un fondo che capitalizza al 14%. Il montante di queste quote capitale è

$$\frac{(1 + 0.14)^5 - 1}{0.14} Q = 6.6101Q$$

da cui

$$Q = \frac{1000}{6.6101} = 151.284.$$

L'annualità da versare è allora $120 + 151.284 = 271.284$ €.

■

Esercizio 55. Bobo si innamora follemente di Bubi e le regala 24 rose rosse alla fine di ciascun mese, per un anno. Le rose vengono pagate con carta di credito, e Bobo si scorda di far fronte ai suoi impegni nei confronti dell'azienda che gestisce i pagamenti. Tale dimenticanza gli costa un interesse mensile composto del 2%. Se ogni rosa costa 5€, a quanto ammonta a fine anno il debito amoroso di Bobo?

Svolgimento. Ogni mese Bobo spende $24 \cdot 5 = 120\text{€}$, e su questi dovrà pagare a fine anno un interesse del 2%. Il suo debito amoroso sarà allora pari al montante di una rendita di 120€ mensili di durata 12 mesi con tasso effettivo di rendimento del 2%:

$$\frac{(1 + 0.02)^{12} - 1}{0.02} 120 = 1609.45.$$

■

Esercizio 38. Bubi ritiene che nei prossimi 3 anni potrà impiegare i suoi capitali in regime esponenziale al tasso mensile dell'1%. Bobo chiede a Bubi di garantirgli 10€ al mese per i prossimi 3 anni. Quale prezzo è giusto chiedere per tale garanzia?

Svolgimento. Il prezzo giusto da chiedere è il valore che Bubi assegna a una rendita mensile di 10€ di durata 3 anni. Visto che Bubi ritiene di poter investire al tasso mensile dell'1%, questo è il tasso di valutazione da utilizzare nel calcolo del REA:

$$10 \frac{\nu(1 - \nu^{36})}{1 - \nu} = 301.075.$$

■

Esercizio 40. Calcolare la durata di una rendita unitaria annua posticipata, differita di 3 mesi, il cui valore attuale al tasso di valutazione del 6% è 50€.

Svolgimento. Posto come al solito $\nu = 1/1.06$, l'equazione da impostare è

$$\frac{\nu^{\frac{1}{4}}\nu(1 - \nu^n)}{1 - \nu} = 50.$$

Questa equazione si riduce a

$$0.943396^n = -2.04402$$

che ovviamente non ammette soluzioni reali. Dunque il problema non ammette soluzioni: in altre parole, se anche la rendita suddetta durasse infinito, il suo valore attuale sarebbe di

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\nu^{\frac{1}{4}}\nu(1 - \nu^n)}{1 - \nu} = 16.4256$$

che è ben lontano dai 50€ richiesti.

■